## 5.4. Гомологические модели функциональных связей

Существование гомологических рядов данных, конгруэнтных закономерностях их связи дают возможность решать специальные задачи, основываясь на полученных выводах. Одна из таких задач – восстановление функций влияния реакции природных систем на воздействия различных факторов.

**5.4.1. Свойственные функции.** При планировании хозяйственной деятельности необходимо знать экстремальные особенности природной ситуации, в частности, уметь рассчитывать вероятность появления негативных явлений и оценивать возможный ущерб от их воздействия на конкретной территории. Эти проблемы рассматриваются в рамках теории анализа и управления рисками, но, несмотря на большие усилия, методология и методика анализа природных рисков мало разработаны [Рагозин, 1999]. Такое положение, прежде всего, связано с трудностями понимания существа решаемых задач и отсутствием моделей, адекватных природе явления.

Расчеты вероятностей проявления негативных последствий основаны на методах исчисления рисков, в основу которых положены представления о свойственных функциях геосистем (ландшафтов) и факторных системах, формирующихся из взаимодействующих факторов среды и влияющих на реализацию этих функций [Черкашин, 2005] (см. п. 3.6.6). Выявление функций, свойственных каждой геосистеме, отражающих закономерности воздействия факторов среды на реакцию системы, изучаются разными методами с использованием разнообразных моделей [Гуламов, Логофет, 1997, Пых, Малкина-Пых, 1997].

Свойственные функции выделяются по критериям полезности (или опасности) геосистем для воспроизводства окружающей среды, природных ресурсов и обеспечения хозяйственной деятельности. В этом смысле они близки по содержанию к представлениям об экологической нише в понимании Ю. Одума [Одум, 1975]: экологическая ниша включает не только физическое пространство, занимаемое организмом, но и функциональную роль организма в сообществе и его положение относительно градиентов внешних факторов.

Представления о свойственных местоположению функциях объединяет как модели типа «воздействие-реакция», «влияние-ущерб», так и модели оценки вероятности возникновения критических значений факторов среды типа кривых обеспеченности явлений (надежности, живучести). Во всех случаях речь идет о функциях многих переменных:

$$y = F(x, u, n) \tag{1}$$

- непосредственно учитываемых факторов воздействия *x*; совокупности всех неучтенных в расчетах факторов – бонитета *u* (см. п. 2.5.3); набора числовых значений, характеризующих классификационный тип природной среды – код ситуации *n*.

Функции такого вида рассматриваются в факторальной географии и факториальной экологии, но до сих пор о них известно мало в силу их разнообразия, многофакторности влияния и сложности изучения, поэтому любая дополнительная информация, преимущественно массового характера, полезна понимания особенностей для свойственных функций, связанных с типологией и классификацией природных ситуаций. Подобную информацию предоставляет космическая съемка в разных каналах спектра, комплексно отражающая различные свойства земной поверхности, изменяющиеся от места к месту. Растровые изображения удобны для сравнительного количественного анализа с использованием ГИС-технологий и математических моделей. Показатели яркости элементов изображений выше или ниже пороговых несут информацию о критических ситуациях, например, о пожароопасности территории или, напротив, избыточной увлажненности грунтов.

В качестве теоретической основы создания функциональных моделей экологических ниш предлагается использовать методы теории конгруэнции [Черкашин, 1997, 2000], приводящие к уравнениям, адекватность которых оценивается по материалам космической съемки для разных геосистем горно-таежных ландшафтов Лено-Ангарского плато.

Выделяя на снимке однородные по функциональным характеристикам ареалы, соответствующие определенным типам биогеоценозов или геосистем, на следующем этапе появляется возможность дать их количественное описание, например, в виде частотного распределения пикселов растрового изображения по яркости в границах выделов. Для решения этой задачи проводится ординация объектов в пространстве показателей яркости некоррелированных каналов, т.е. строится модель ниши объекта в гиперобъеме факторов, отраженных на снимке, что обычно осуществляется по методу параллелепипедной классификации и сегментации снимка.

Объектом исследования стала осваиваемая горно-таежная территория Ковыктинского газоконденсатного месторождения (Жигаловский район Иркутской области), где проводилась оценка воздействия геолого-разведочных работ на природные экосистемы. Использовался космический снимок местности с аппарата LANDSAT (август, 2000г., разрешение 30 м). Осуществлена автоматическая обработка изображения с выделением природных границ и его векторизация для создания ГИС. В ходе наземных маршрутных исследований и вертолетных облетов территории осуществлялась заверка обработанных снимков и составлена карта растительного покрова (биогеоценозов, экосистем), представленная коренными лесами с преобладанием светлохвойных и темнохвойных пород, гарями и разными стадиями восстановления коренных сообществ.

Каждый выдел карты растительности соответствует пространственной нише оптимального (надежного) существования определенного набора явлений, свойственных местной геосистеме. Структура этой ниши оценивается по космоснимку с помощью распределения пикселов по яркости в разных каналах (рис 5.16). В качестве основного использовали инфракрасный канал, который обычно несет информацию о критических состояниях геосистем. Кривые распределения имеют колоколообразную форму и по аналогии с термином «плотность приспособленности», принятого для видов, могут называться «плотностью явления», имея в виду, что за характеристиками яркости снимка стоят конкретные эколого-географические процессы и явления.

Рассматривается модель плотного заполнения нишами пространства факторов (ординации) с перекрытием (рис.5.17). Для каждой ниши выделяется центральная точка оптимума и множества допустимых (свойственных) отклонений от нее, за пределами (критическими явлениями) которой находятся несвойственные (рискованные) состояния данного местоположения. Структура пространства ординации устроена так, что критические явления одной ниши примыкают к точке оптимума другой: событие, выходящее за пределы одной ниши попадают в сферу влияния другой. Ниши не перекрываются только в точках оптимума. Обычно одной точке двухмерного ординационного пространства соответствует три пересекающиеся области ниш.

Эта картина с учетом формы кривых плотности явлений проиллюстрирована на рис. 5.18. Колоколообразные кривые выделяют допустимые области ниш в плоскости, линии которой условно названы экобазой. Критические точки и точки оптимума практически совпадают, поэтому каждая ниша имеет две базы – нижнюю пессимальную критическую (экобазу) и верхнюю оптимальную базу. Отсюда следует, что теоретическое моделирование кривых плотности явлений в виде свойственных функций должно дать объяснение закономерностей строения (топологии) пространства ординации.

Эта задача решается в рамках теории функциональных систем [Черкашин, 1997, 2000], описывающей причинно-следственные связи (см. п. 3.6.6). В данном случае исходим из гипотезы, что все функции (1) воспроизводятся на основе принципа конгруэнции – существования пучка прямых с центом ( $k_0, k$ )

$$\ln y - k_0 = A(\ln x, u)(\ln x - k),$$
(2)

где  $k_0 = \ln y_0, k = \ln x_0$ - индивидуальные константы, связанные с естественной шкалой  $x_0, y_0$  измерения переменных x, y - в данном случае значения яркости x и частоты его встречаемости y (в долях от единицы):

$$\ln(y/y_0) = A \ln(x/x_0), \quad y = Bx^A, \quad \ln B = \ln y_0 + A \ln x_0 = k_0 + Ak \quad . \tag{3}$$

Согласно (2) линии-векторы, исходящие из центра пучка, при изменении  $A(\ln x, u)$  вырисовывают сложные кривые (см. рис.5.18), моделирующие свойственные функции, т.е. эти функции являются годографом вектора пучка. Центр пучка (узел конгруэнции) лежит на функциональной кривой и рассматривается как особая критическая точка распределения. Согласно принятой модели пространства ординации критическая точка соседнего распределения совпадает с оптимумом данного. Таким образом, формальный смысл критических точек заключается в их свойстве быть узлами конгруэнции векторов годографа кривой плотности явлений. Наличие такого свойства говорит о гомологичности натурных рядов переменных y и x и возможности калибровки их связей. Системой калибровки становится модель ниши (2).

В формуле (3) при постоянном значении A зависимость  $\mathcal{Y}(x)$  - степенная (аллометрическая) функция, аппроксимирующая сложные кривые в окрестностях узла конгруэнции. Появление конгруэнции для линеаризованных степенных функций связано с существованием линейной зависимости коэффициентов A и ln B [Lumer, 1939, Кофман, 1982]. Это свойство рассматривается как фундаментальная закономерность, позволяющая сводить функциональные связи к простейшему виду, и, как следует из (3), сохраняющаяся для случая, когда A становится функцией нескольких переменных. Именно поиск вида этой функции A, управляющей ориентацией образующих векторов, является основной задачей в данном случае.

**5.4.2.** Подобие функциональных ниш. Для обоснования гипотез оценки параметров используется метод сравнения распределений путем совмещения их точек оптимума. Формально это достигается изменением значений  $\ln x$  на величину  $\Delta k = k_2 - k_1$ . Таким образом, два распределения  $y_1$  и  $y_2$  оказываются сравнимы в логарифмических координатах:

 $\ln y_1 - k_{01} = A_1(\ln x, u)(\ln x - k_1), \ln y_2 - k_{02} = A_2(\ln x + \Delta k, u)(\ln x + \Delta k - k_2).$ 

Теперь разделив почленно второе уравнение на первое с учетом  $k_1 = k_2 - \Delta k$ , получим:

$$\ln y_2 - k_{02} = \left[ A_2 (\ln x + \Delta k, u) / A_1 (\ln x, u) \right] \cdot (\ln y_1 - k_{01}) . \tag{4}$$

Сопоставление распределений в широкой окрестности их оптимума дают практически прямые линии (рис.5.19), что означает: отношение  $A_2(\ln x + \Delta k, u) / A_1(\ln x, u) = K_{12}$  - константа. Из (4) следует

$$\ln y_2 = K_{12} \ln y_1 + C, C = -k_{01} K_{12} + k_{02},$$
(5)

и свободный член *C* здесь является линейной функцией  $K_{12}$ :  $C = -2.93K_{12} - 2.94$ . В этом случае все линии вида (5) пересекаются в одной точке, т.е. образуют конгруэнцию, в которой в силу (5) и условности выбора и  $y_1$  и  $y_2$ , справедливо  $k_{01} \equiv k_{02}$  - это значение становится экобазой для всех распределений плотности явлений.

Расчеты подтверждают эту гипотезу:  $k_{01} = -2,93, k_{02} = -2,94$ . Таким образом, критический уровень явлений для всех природных условий одинаковый, а выявленные зависимости относятся к одной фундаментальной закономерности (конгруэнции). Кроме того, все распределения образуют гомологический ряд подобия свойственных функций, допускающих калибровку с учетом смещения центров.

Основной вопрос – что представляет собой функция  $A(\ln x, u)$ , сохраняющая подобие при смещении значения аргумента (свойство автомодельности):  $K_{12}A(\ln x, u) = A(\ln x + \Delta k, u)$ . Она с точностью до коэффициента пропорциональности повторяется через постоянный интервал значений аргумента  $\Delta k$ . Этому условию соответствуют постоянные, периодические и экспоненциальные функции. Объединяющей является формула экспоненты с комплексным коэффициентом a

$$A(\ln x, u) = A_0(u) \exp(a \ln x), a = \alpha + \omega i, i = \sqrt{-1},$$
(6)

Где, согласно уравнению Эйлера,  $\exp(a \ln x) = e^{\alpha \ln x} [\cos(\omega \ln x) + i \sin(\omega \ln x)]$ . При  $\alpha = 0$ скобках. лействительной части выражения, стоящего получаем лля В  $A(\ln x, u) = A_0(u)\cos(\omega \ln x)$ . По пересечению линии экобазы  $k_0 \approx -2.93$  с кривыми плотности явлений, построенных в логарифмической шкале, определяется положение узла каждой конгруэнции  $k = k_n$  и из формулы (2) рассчитывается функция  $A(\ln x, u)$ . Она действительно представляет собой фрагмент периодической функции с периодом  $T = 2\pi / \omega \approx 1$  и частотой  $\omega = 2\pi / T \approx 6,28$ . Следовательно, значения  $k_n$  примерно отличаются на 1  $(k_n \approx n)$ . Это позволяет говорить о дискретности (квантованности) пространства ординации (см. рис.5.21). При  $T \approx 1$  положение максимумов соседних колоколообразных кривых различаются по значениям яркости (x) примерно в exp(1) = 2,718 раза, т.е исходные кривые вытягиваются вдоль оси *х*. Как видим, в этих закономерностях одновременно и естественно проявляются фундаментальные константы  $1, \pi, e$ 

Дополнительная экспоненциальная составляющая  $e^{\alpha \ln x}$  в уравнении (4) дает возможность учесть затухание колебаний и несколько повысить точность расчетов, особенно на концах распределения. Таким образом, общий вид расчетной формулы, моделирующей структуру экологической ниши, следующий

$$\ln y_n - k_0 = A_0(u)e^{\alpha \ln x} \cos(\omega \ln x)[\ln x - Tn],$$
(7)

где n – порядковый номер функциональной кривой в ряду (см. рис.5.21). Оценке подлежит только функция от бонитета  $A_0(u)$ , которая определяется влиянием неучтенных факторов. Значение u является своеобразным гомотопическим параметром, переводящим одну функцию связи в другую. Таким образом, зависимость (4.27) раскрывается как сложная функция трех параметров x, u и n:

$$y_n = e^{k_0} \left(\frac{x}{e^{T_n}}\right)^{A_0(u)x^a \cos(\omega \ln x)}$$
(8)

Таким образом, основываясь на свойствах конгруэнции функциональных зависимостей плотности явлений от факторов среды, предложен и проверен метод анализа свойственных функций, основанный на математическом моделировании структуры природных ниш с применением данных распределения яркостных характеристик космических изображений. Доказано существование инвариантного уровня критических изменений - экобазы и дискретного размещения вдоль линии экобазы узлов конгруэнции, являющихся началом вектора годографа формирования кривых распределений. Обоснован экспоненциальный комплексный вид функций управления ориентацией образующих векторов (функций чувствительности). На этой основе разрабатывается методика оценки уровня критических изменений (на уровне экобазы), переводящего систему одного типа в систему другого (см. п. 6.3).



Рис. 5.16.







Рис. 5.18.



Рис. 5.19.







